آنالیز فوریه و پردازش سیگنال

کاربردهای دیگر

حمیدرضا پوررضا

MV Lab

موضوعات فصل

- مقدمه

MV Lab

بیان شکل بر اساس پیرامون

3

- توصیفگر فوریه
  - با در نظر گرفتن یکی از نقاط مرز (x_0, y_0) به عنوان نقطه شروع، دنباله‌ای از (x_i, y_i) بیانگر پیمایش مرز مثلا در جهت عقربه‌های ساعت باشد. هر زوج مرتب در این رشته را بصورت زیر تبدیل به یک عدد مختلط می‌کنیم تا بدین ترتیب این زوجهای مرتب به حالت یک بعدی تبدیل شوند

$$s(k) = x_k + j\, y_k$$

  - ضرایب تبدیل فوریه رشته فوق را **توصیفگرهای فوریه مرز** می‌نامند
  - عکس تبدیل فوریه توصیفگرها، مجدداً رشته عدد مختلط معرف مرز را تولید خواهد کرد.
  - در محاسبه عکس تبدیل فوریه می‌توان فقط p ضریب اول تبدیل را نگه داشته و بقیه را صفر کرد. هر چه p کمتر باشد، جزئیات بیشتری از بین می‌رود.

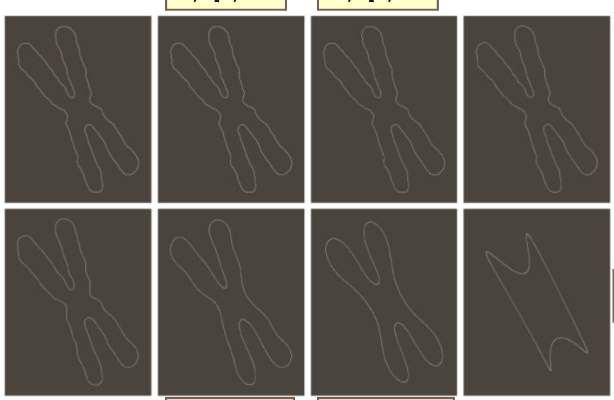
H.R. POURREZA

MV Lab

بیان شکل بر اساس پیرامون

4

- توصیفگر فوریه (ادامه)



استفاده از ۴ و ۲ توصیفگر بترتیب بیضی و دایره را نتیجه می‌دهند

H.R. POURREZA

MV Lab

بیان شکل براساس پیرامون

5

- توصیفگر فوریه (ادامه)
  - تاثیر عوامل مختلف بر توصیگرهای فوریه

Transformation	Boundary	Fourier Descriptor
Identity	$s(k)$	$a(u)$
Rotation	$s_r(k) = s(k)e^{j\theta}$	$a_r(u) = a(u)e^{j\theta}$
Translation	$s_t(k) = s(k) + \Delta_{xy}$	$a_t(u) = a(u) + \Delta_{xy}\delta(u)$
Scaling	$s_s(k) = \alpha s(k)$	$a_s(u) = \alpha a(u)$
Starting point	$s_p(k) = s(k - k_0)$	$a_p(u) = a(u)e^{-j2\pi k_0 u/K}$

H.R. POURREZA

MV Lab

بیان شکل براساس پیرامون

6

- توصیفگر فوریه (ادامه)
  - مزایای استفاده از توصیفگر فوریه:
    - محاسبات ساده‌ای دارد
    - هر توصیفگر معنی فیزیکی خاصی دارد
    - بدلیل ساده بودن فرایند نرمالیزه کردن، ارزیابی انطباق می‌تواند به سادگی انجام شود
    - هم دارای ویژگی‌های سراسری و هم ویژگی‌های محلی است

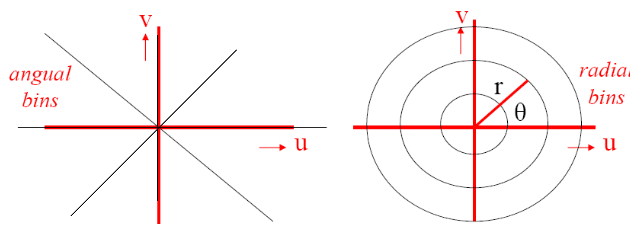
H.R. POURREZA

MV Lab

توصیف طیفی بافت

7

- اگر بافت پریودیک و یا جهت دار باشد، در طیف قدرت آن در نقاط متناظر با فرکانسهای مربوطه دامنه‌های بزرگی مشاهده می شود.
- ویژگیهای طیف را می‌توان بصورت زیر در نظر گرفت



- ویژگی شعاعی

$$V_{r_1 r_2} = \iint_{r_1<r<r_2} |F(u,v)|^2 \, du dv$$

H.R. POURREZA

MV Lab

توصیف طیفی بافت

8

روش فوریه (ادامه)

- ویژگی شعاعی
  - سنجشی از میزان خشن بودن بافت است.
  - یک بافت نرم (Fine)، دارای انرژی زیاد در حلقه هایی با شعاع بزرگ است
  - یک بافت خشن (Coarse)، دارای انرژی زیاد در حلقه هایی با شعاع کوچک است
- ویژگی زاویه‌ای

$$V_{\theta_1 \theta_2} = \iint_{\theta_1<\tan^{-1}\frac{u}{v}<\theta_2} |F(u,v)|^2 \, du dv$$

  - اگر یک بافت دارای خطوط یا لبه‌های زیادی در امتداد θ باشد، ویژگی زاویه ای در حوالی θ+π/2 مقدار بزرگی خواهد داشت.

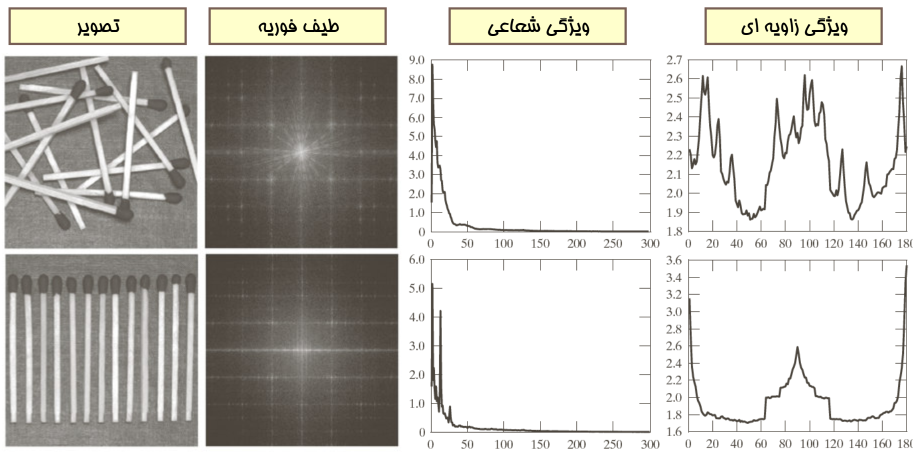
H.R. POURREZA

MV Lab

توصیف طیفی بافت

9

روش فوریه (ادامه)



H.R. POURREZA

MV Lab

توصیف آماری بافت

10

- از اشکالات مهم استفاده از هیستوگرام عدم وجود اطلاعات مکانی پیکسل‌های تصویر در آن است
  - جابجایی پیکسل‌های یک تصویر تاثیری بر هیستوگرام آن ندارد

H.R. POURREZA

MV Lab

توصیف آماری بافت

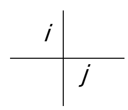
11

ماتریس هم رخداد Co-occurrence

- از بردار d (و یا فاصله و جهت) به عنوان پارامتر استفاده می‌کند.

2	1	2	0	1
0	2	1	1	2
0	1	2	2	0
1	2	2	0	1
2	0	1	0	1

$d=(1,1)$



$G(i,j)$

$$\frac{1}{16}\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \\ \hline 0 & 1 & 2 & \end{array}$$

- ماتریس هم رخداد نسبت به هیستوگرام دارای این مزیت است که اطلاعات مکانی نیز در آن وجود دارد
- $G(i,j)$ شمارش جفت پیکسل هایی که در فاصله‌ی $d=(dx, dy)$ از هم قرار گرفته و دارای سطح خاکستری i و j هستند
  - ۱۶ جفت پیکسل دارای فاصله‌ی d در جهت 45 درجه از یکدیگر هستند

H.R. POURREZA

MV Lab

توصیف آماری بافت

12

ماتریس هم رخداد Co-occurrence

- ماتریس هم رخداد بیان کننده آماره‌های مرتبه ۲ تصویر است و برای شرح طیف وسیعی از بافتها خوب عمل می‌کند
- خصوصیاتی از ماتریس هم رخداد بخوبی می تواند ارتباط مکانی پیکسلها را بیان کرده و استقلال از تبدیلات monotonic را نیز داشته باشد
- ماتریس هم رخداد توانایی حفظ اطلاعات المانهای تولید کننده بافت را ندارد و از این جهت برای بیان بافتهایی شامل المانهای بافت زیاد مناسب نیست.
- اگر چه ماتریس هم رخداد توانایی خوبی در ایجاد تمایز بین بافتهای مختلف دارد ولی دارای این اشکال است که بار محاسباتی زیادی دارد.

H.R. POURREZA

MV Lab

توصیف آماری بافت

13

ماتریس هم رخداد (ادامه)

- الگوریتم:
  - تمام جفت پیکسل‌هایی که در آن اولین پیکسل مقدار i را دارد و در جهت θ و به فاصلهٔ d از آن پیکسل با مقدار j قرار دارد شمارش شوند
  - مقدار شمارش شده در محل (i, j) از ماتریس G قرار گیرد
    - مثلاً اگر ۳ جفت (2,1) وجود دارد، آنگاه $G(2,1)=3$
    - ماتریس G متقارن نیست
    - ماتریس G را به کل مقادیر ماتریس نرمالایز کنید
    - G را به عنوان یک تابع احتمال در نظر بگیرید

H.R. POURREZA

MV Lab

توصیف آماری بافت

14

ماتریس هم رخداد (ادامه)

- مثالی از ماتریس هم رخداد با جهت صفر و فاصله 1

i | j

1	1	7	5	3	2
5	1	6	1	2	5
8	8	6	8	1	2
4	3	4	5	5	1
8	7	8	7	6	2
7	8	6	2	6	2

Image f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	0	0	0	1	1	0
2	0	0	0	0	1	1	0	0
3	0	1	0	1	0	0	0	0
4	0	0	1	0	1	0	0	0
5	2	0	1	0	1	0	0	0
6	1	3	0	0	0	0	0	1
7	0	0	0	0	1	1	0	2
8	1	0	0	0	0	2	2	1

Co-occurrence matrix **G**

H.R. POURREZA

MV Lab

توصیف آماری بافت

15

ماتریس هم رخداد (ادامه)

- ماتریس G توزیع مکانی سطوح خاکستری برای مقادیر خاص d و θ را ارائه می‌کند
- ماتریس G برای ناحیه دارای بافت یک توزیع غیر اتفاقی از مقادیر را ارائه می‌کند
- ماتریس G را می توان نرمالایز کرده (p_{ij}) و آنرا به عنوان یک تابع چگالی احتمال در نظر گرفت
- بدست آوردن ماتریس هم رخداد و توصیف آن عموماً به ازای چند مقدار مختلف d و θ انجام می شود.
- پارامترهای آماری p_{ij} می تواند برای توصیف بافت بکار گرفته شود

H.R. POURREZA

MV Lab

توصیف آماری بافت

16

ماتریس هم رخداد (ادامه)

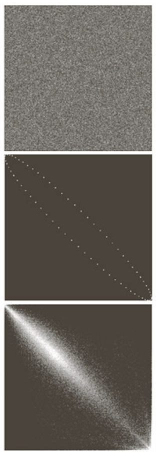
توصیف	شرح	رابطه
حداکثر احتمال	بیانگر قویترین پاسخ G است	$\max_{i,j}(p_{ij})$
همبستگی	بیانگر همبستگی یک پیکسل با مقادیر همسایه‌اش در کل تصویر است. مقدار حاصل بین 1- تا 1 است که بترتیب بیانگر همبستگی کامل مثبت و منفی است. در صورتیکه واریانس صفر باشد این مقدار تعریف نشده است	$\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{K}\frac{(i-m_r)(j-m_c)p_{ij}}{\sigma_r\sigma_c}$ $\sigma_r \neq 0, \sigma_c \neq 0$
کنتراست	بیانگر کنتراست یک پیکسل با همسایه‌هایش در کل تصویر است. مقدار آن بین 0 تا $(K-1)^2$ است	$\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{K}(i-j)^2 p_{ij}$
همسانی (Uniformity) یا انرژی	بیانگر همسانی است و مقداری در رنج 0 تا 1 دارد. 1 به معنی یک تصویر کاملاً یکنواخت است	$\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{K}p_{ij}^2$
همگنی	بیانگر نزدیکی مکانی مقادیر توزیع اجزای G به قطر است و مقداری در رنج 0 تا 1 دارد. ماکزیمم مقدار برای یک ماتریس قطری بدست می‌آید	$\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{K}\frac{p_{ij}}{1+\lvert i-j\rvert}$
انتروپی	میزان اتفاقی بودن مقادیر را بیان می کند. مقدار 0 در حالتی بدست می‌آید که همه مقادیر p_{ij} صفر باشند؛ و ماکزیمم است وقتی تمام مقادیر p_{ij} برابر باشند.	$-\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{K}p_{ij}\log_2 p_{ij}$

توصیف آماری بافت

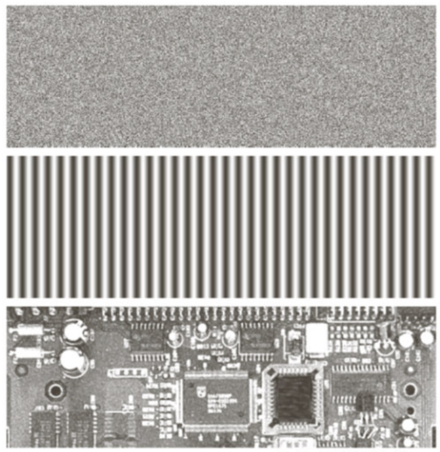
17

ماتریس هم رخداد (ادامه)

ماتریس هم رخداد



تصویر

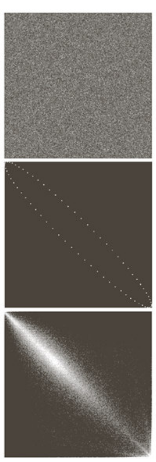


H.R. POURREZA

توصیف آماری بافت

18

ماتریس هم رخداد (ادامه)



G_1

G_2

G_3

Normalized Co-occurrence Matrix	Descriptor					
	Max Probability	Correlation	Contrast	Uniformity	Homogeneity	Entropy
G_1/n_1	0.00006	−0.0005	10838	0.00002	0.0366	15.75
G_2/n_2	0.01500	0.9650	570	0.01230	0.0824	6.43
G_3/n_3	0.06860	0.8798	1356	0.00480	0.2048	13.58

H.R. POURREZA

توصیف آماری بافت

19

مکانیزم شرح داده شده در توصیف آماری بافت مبتنی بر ماتریس هم‌رخداد، عینا به تصاویر منتقل شده به فضای یک تبدیل نیز قابل استفاده است.

H.R. POURREZA

تخمین حرکت در حوزه فرکانس- روش همبستگی فاز

20

اگر دو تصویر f و g با یک حرکت انتقالی به هم مرتبط باشند، بطوریکه:

$$g(x,y) = f(x-\delta_x, y-\delta_y)$$

در این صورت:

$$\mathcal{F}[g(x,y)] = e^{-(\delta_x\omega_x+\delta_y\omega_y)j}\mathcal{F}[f(x,y)]$$

اگر برای نمایش فاز از Φ استفاده کنیم، در این صورت:

$$\Phi[g(x,y)] - \Phi[f(x,y)] = -(\delta_x\omega_x + \delta_y\omega_y)$$

H.R. POURREZA

MV Lab

تخمین حرکت در حوزه فرکانس

21

با تعریف d(x,y) بصورت زیر:

$$\Phi[d(x,y)] = \Phi[g(x,y)] - \Phi[f(x,y)] = -(\delta_x\omega_x + \delta_y\omega_y)$$
$$\|F[d(x,y)]\| = 1$$

در این صورت:

$$\mathcal{F}[d(x,y)] = e^{-(\delta_x\omega_x + \delta_y\omega_y)j}$$

و بنابراین:

$$d(x,y) = \delta(x-\delta_x, y-\delta_y)$$

H.R. POURREZA