




# سخنش از دور

## بخش دوم: عملیات پایه

ممیدرضا پوررضا





### ابزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات آرایه‌ای و ماتریسی

۲

- عملیات آرایه‌ای بصورت پیکسل به پیکسل انجام می‌شوند. مثلاً در مورد ضرب:
 
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$
- ضرب آرایه‌ای
 
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$
- ضرب ماتریسی
 
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

H.R. POURREZA



## انزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات خطی و غیر خطی

۳

□ عملگر H بصورت زیر را داریم

$$H[f(x, y)] = g(x, y)$$

این عملگر فطی است اگر

$$H[\alpha_i f_i(x, y) + \alpha_j f_j(x, y)] = \alpha_i H[f_i(x, y)] + \alpha_j H[f_j(x, y)]$$

$$= \alpha_i g_i(x, y) + \alpha_j g_j(x, y)$$


□ مثالی از عملگر فطی

$$\sum [\alpha_i f_i(x, y) + \alpha_j f_j(x, y)] = \sum \alpha_i f_i(x, y) + \sum \alpha_j f_j(x, y)$$

$$= \alpha_i \sum f_i(x, y) + \alpha_j \sum f_j(x, y)$$

$$= \alpha_i g_i(x, y) + \alpha_j g_j(x, y)$$

H.R. POURREZA



## انزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات خطی و غیر خطی

۴

□ مثالی از عملگر غیر فطی


$$f_1 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad f_2 = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}, \quad \alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = -1$$

$$\max \left\{ (1) \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \right\} = \max \left\{ \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \right\} = -2$$

در مالیکه

$$(1) \max \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \right\} + (-1) \max \left\{ \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \right\} = 3 + (-1)7 = -4$$

H.R. POURREZA

 **انبار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات حسابی**

این عملیات فقط بصورت آرایه‌ای انجام می‌شوند □


$$s(x, y) = f(x, y) + g(x, y)$$

$$d(x, y) = f(x, y) - g(x, y)$$

$$p(x, y) = f(x, y) \times g(x, y)$$

$$v(x, y) = f(x, y) \div g(x, y)$$

H.R. POURREZA

 **انبار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات حسابی: جمع**

میانگین‌گیری □ نویز با میانگین صفر

تصویر اصلی

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$$

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k g_i(x, y)$$

$$E[\bar{g}(x, y)] = f(x, y)$$

$$\sigma_{\bar{g}(x, y)}^2 = \frac{1}{k} \sigma_{\eta(x, y)}^2$$

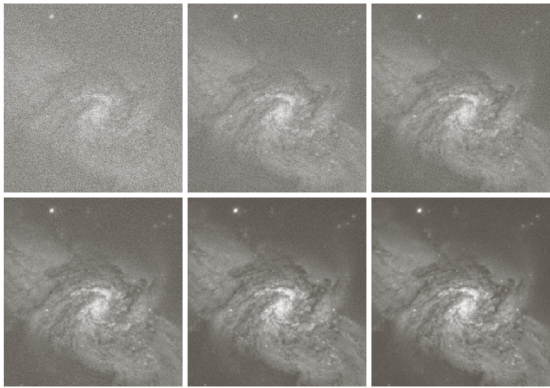
H.R. POURREZA

MV Lab

ابزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات حسابی: جمع

میانگین گیری (ادامه) □

تصویر نویزی       $k=5$        $k=10$



$k=20$        $K=50$        $K=100$

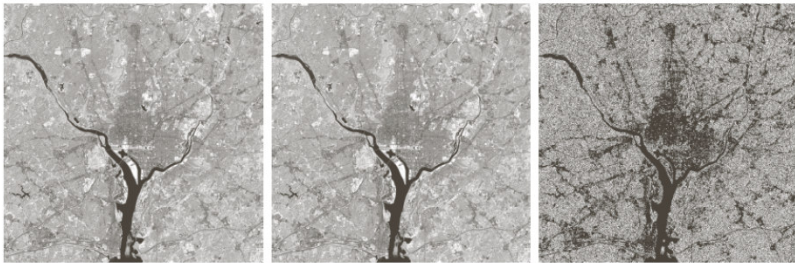
FIGURE 2.26 (a) Image of Galaxy Pair NGC 3314 corrupted by additive Gaussian noise. (b)–(f) Results of averaging 5, 10, 20, 50, and 100 noisy images, respectively. (Original image courtesy of NASA.)

MV Lab

ابزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات حسابی: تفریق

برجسته کردن تفاوتها □

تصویر اصلی      بیت وزن پایین صفر شده      تفاضل دو تصویر



a b c

FIGURE 2.27 (a) Infrared image of the Washington, D.C. area. (b) Image obtained by setting to zero the least significant bit of every pixel in (a). (c) Difference of the two images, scaled to the range [0, 255] for clarity.

H.R. POURREZA

MV Lab

ابزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات حسابی: تفریق

۹

برجسته کردن تفاوتها در تصاویر آنژیوگرافی

تصویر قبل از تزریق ماده حاجب

تصویر بعد از تزریق ماده حاجب

تفاضل دو تصویر

بهبود یافته  
تفاضل دو تصویر

H.R. POURREZA

MV Lab

ابزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات حسابی: تفریق

۱۰

بکارگیری عملیات مسابی جمع و تفریق برای آشکارسازی حرکت

(a) Image 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

(e) 5

(f) Image 6

(g) Temporal averaging

H.R. POURREZA

MV Lab

ابزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات حسابی: ضرب و تقسیم

۱۱

اصلاح تغییر روشنایی □

تصویر اصلی

تصویر بهبود یافته به کمک ضرب a و وارون b



a b c

**FIGURE 2.29** Shading correction. (a) Shaded SEM image of a tungsten filament and support, magnified approximately 130 times. (b) The shading pattern. (c) Product of (a) by the reciprocal of (b). (Original image courtesy of Mr. Michael Shaffer, Department of Geological Sciences, University of Oregon, Eugene.)

MV Lab

ابزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات حسابی: ضرب و تقسیم

۱۲

ROI به کمک یک ماسک □

تصویر اصلی

ماسک

ماصل ضرب تصویر در ماسک



a b c

**FIGURE 2.30** (a) Digital dental X-ray image. (b) ROI mask for isolating teeth with fillings (white corresponds to 1 and black corresponds to 0). (c) Product of (a) and (b).

H.R. POURREZA

**MV Lab**

ابزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات حسابی: نرمالیزه کردن تصویر

۱۳

□ **مشکل:**

□ مقادیر پیکسل های در تصویر حاصل از عملگر تفاضل می تواند از ۲۵۵ - تا ۲۵۵ تغییر کند

□ **راه حل:**

□ به هر پیکسل ۲۵۵ واحد اضافه نموده و سپس مقادیر را بر ۲ تقسیم می کنیم

□ حالت عمومی: برای بدست آمدن تصویری در بازه  $[0, K]$

$$f_m = f - \min(f)$$

$$f_s = K \left[ \frac{f_m}{\max(f_m)} \right]$$

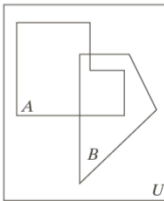
H.R. POURREZA

**MV Lab**

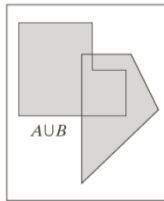
ابزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات روی مجموعه ها

۱۴

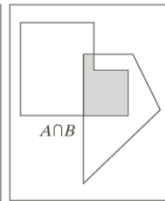
□ در صورتیکه با یک تصویر باینری سروکار داشته باشیم، می توانیم مجموعه پیکسل های دارای مقدار 1 را با یک مجموعه ای از زوجهای مرتب که مختصات این نقاط را نشان می دهند بیان کنیم. مال عملیات مختلف بر روی مجموعه ها قابل تعریف است



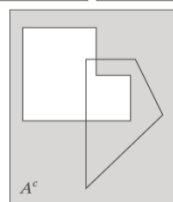
$A$   
 $B$   
 $U$



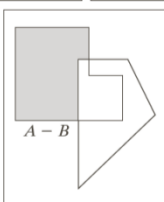
$A \cup B$



$A \cap B$



$A^c$




$A - B$

a b c  
d e

**FIGURE 2.31**  
(a) Two sets of coordinates,  $A$  and  $B$ , in 2-D space. (b) The union of  $A$  and  $B$ . (c) The intersection of  $A$  and  $B$ . (d) The complement of  $A$ . (e) The difference between  $A$  and  $B$ . In (b)–(e) the shaded areas represent the member of the set operation indicated.

RREZA



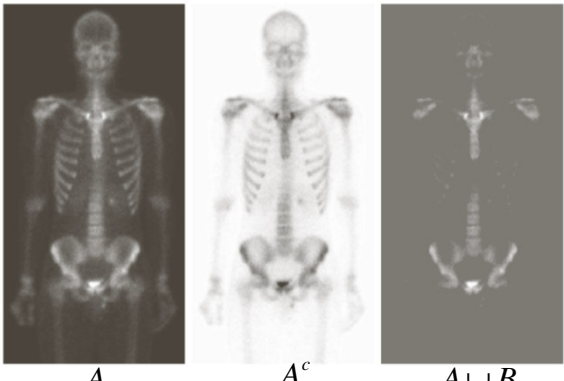
## ابزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات روی مجموعه ها

۱۵

□ برای یک تصویر Gray Level: تصویر را با سه تایی های  $(x, y, z)$  بیان می کنیم. در این حال


$$A^c = \{(x, y, K - z) \mid (x, y, z) \in A\}, \quad K = 2^k - 1$$

$$A \cup B = \{\max(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$



**FIGURE 2.32** Set operations involving gray-scale images. (a) Original image. (b) Image negative obtained using set complementation. (c) The union of (a) and a constant image. (Original image courtesy of G.E. Medical Systems.)

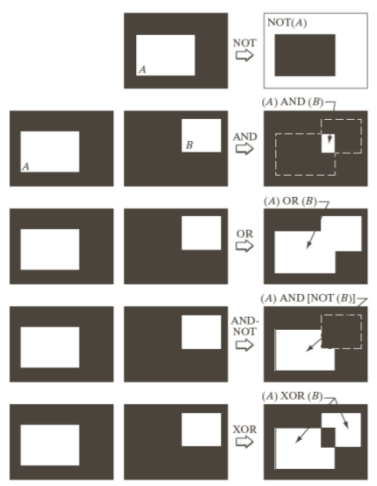
□ یک تصویر B  
یکنواخت با سطح  
فاکستری سه برابر  
میانگین A است



## ابزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات منطقی

۱۶


□ برای تصاویر باینری



**FIGURE 2.33** Illustration of logical operations involving foreground (white) pixels. Black represents binary 0s and white binary 1s. The dashed lines are shown for reference only. They are not part of the result.

H.R. POURREZA






## ابزار ریاضی در پردازش تصویر

۱۷

- پردازش بر روی تصاویر دیجیتال می‌تواند در دو موزه مختلف انجام شود
  - در موزه مکان و
  - در موزه فرکانس

H.R. POURREZA



## ابزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات در حوزه مکان

۱۸

- این عملیات شامل سه دسته می‌شوند
  - پردازش نقطه‌ای (point processing)
  - پردازش نامیه‌ای (mask processing)
  - تبدیلات هندسی

H.R. POURREZA

MV Lab

ابزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات در حوزه مکان: پردازش نقطه‌ای

۱۹

پردازش نقطه‌ای (point processing) □

**FIGURE 2.34** Intensity transformation function used to obtain the negative of an 8-bit image. The dashed arrows show transformation of an arbitrary input intensity value  $z_0$  into its corresponding output value  $s_0$ .

H.R. POURREZA

MV Lab

ابزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات در حوزه مکان: پردازش ناحیه‌ای


۲۰

پردازش ناحیه‌ای (mask processing): مثلاً میانگین‌گیری محلی □

$$g(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(r,c) \in S_{xy}} f(r, c)$$

**FIGURE 2.35** Local averaging using neighborhood processing. The procedure is illustrated in (a) and (b) for a rectangular neighborhood. (c) The aortic angiogram discussed in Section 1.3.2. (d) The result of using Eq. (2.6-21) with  $m = n = 41$ . The images are of size  $790 \times 686$  pixels.

اندازه ماسک  
۴۱×۴۱


**انوار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات در حوزه مکان: تبدیلات هندسی**

۲۱

□ تبدیلات هندسی: اگر  $(v, w)$  ممتصات در تصویر اصلی و  $(x, y)$  ممتصات در تصویر تبدیل یافته باشد

$$(x, y) = T\{(v, w)\}$$

□ مثلاً: نصف کردن ابعاد تصویر


$$(x, y) = T\{(v, w)\} = (v/2, w/2)$$

□ یکی از رایجترین تبدیلات هندسی، تبدیل affine است:

$$[x \ y \ 1] = [v \ w \ 1] \mathbf{T} = [v \ w \ 1] \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 \\ t_{31} & t_{32} & 1 \end{bmatrix}$$

□ این تبدیل قابلیت تغییر مقیاس، دوران، انتقال و تغییر جهت را دارد







H.R. POURREZA


**انوار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات در حوزه مکان: تبدیلات هندسی**

۲۲

□ تبدیلات affine:

**TABLE 2.2**  
 Affine transformations based on Eq. (2.6.–23).

| Transformation Name | Affine Matrix, T   | Coordinate Equations   | Example  |
|---------------------|--|--|--|
| Identity            | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  | $x = v$<br>$y = w$   |  |
| Scaling             | $\begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$                                      | $x = c_x v$<br>$y = c_y w$   |  |
| Rotation            | $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $x = v \cos \theta - w \sin \theta$<br>$y = v \sin \theta + w \cos \theta$ |  |
| Translation         | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$                                      | $x = v + t_x$<br>$y = w + t_y$   |  |
| Shear (vertical)    | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  | $x = v + s_v w$<br>$y = w$   |  |
| Shear (horizontal)  | $\begin{bmatrix} 1 & s_h & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  | $x = v$<br>$y = s_h v + w$   |  |

MV Lab

انزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات برداری و ماتریسی

۳۳

□ در یک تصویر هر پیکسل می‌تواند خود یک بردار باشد. مثلاً تصویر چند طیفی مانند تصویر رنگی

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix}$$

Component image 3 (Blue)  
Component image 2 (Green)  
Component image 1 (Red)

H.R. POURREZA

MV Lab

انزار ریاضی در پردازش تصویر — عملیات برداری و ماتریسی

۳۴

□ فاصله اقلیدسی برای دو بردار  $n$  بعدی (نرم بردار)  $\|\mathbf{z} - \mathbf{a}\|$

$$D(\mathbf{z}, \mathbf{a}) = \left[ (\mathbf{z} - \mathbf{a})^T (\mathbf{z} - \mathbf{a}) \right]^{\frac{1}{2}}$$


$$= \left[ (z_1 - a_1)^2 + (z_2 - a_2)^2 + \dots + (z_n - a_n)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

□ اعمال بر روی بردارها  $\mathbf{w} = \mathbf{A}(\mathbf{z} - \mathbf{a})$

□ کل تصویر سطح فاکستری را نیز می‌توان بصورت یک بردار در نظر گرفت. به این ترتیب می‌توان طیف وسیعی از پردازشهای اعمال شده روی تصویر را به شکل زیر نمایش داد

$$\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f} + \mathbf{n}$$

H.R. POURREZA


 ابزار ریاضی در پردازش تصویر — تبدیلات روی تصویر

۲۵

□ شکل عمومی برای یک تبدیل روی تصویر  $f$  با اندازه  $M \times N$


$$T(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) r(x, y, u, v), \quad u = 0, 1, \dots, M-1, \quad v = 0, 1, \dots, N-1$$

□ که در آن  $r$  هسته تبدیل مستقیم است  
 □ تبدیل معکوس

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} T(u, v) s(x, y, u, v), \quad x = 0, 1, \dots, M-1, \quad y = 0, 1, \dots, N-1$$

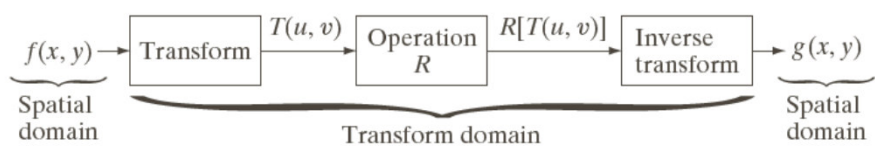
□ که در آن  $s$  هسته تبدیل معکوس است

H.R. POURREZA


 ابزار ریاضی در پردازش تصویر — تبدیلات روی تصویر

۲۶

□ پردازش تصویر در موزه یک تبدیل



H.R. POURREZA

MV Lab

ابزار ریاضی در پردازش تصویر — تبدیلات روی تصویر

۲۷ پردازش تصویر در موزه یک تبدیل: مثال تبدیل فوریه

MV Lab

ابزار ریاضی در پردازش تصویر — تبدیلات روی تصویر

۲۸

اگر هسته یک تبدیل تفکیک پذیر باشد


$$r(x, y, u, v) = r_1(x, u)r_2(y, v)$$

اگر هسته یک تبدیل متقارن باشد

$$r_1 = r_2$$

$$r(x, y, u, v) = r_1(x, u)r_1(y, v)$$

H.R. POURREZA



ابزار ریاضی در پردازش تصویر — تبدیلات روی تصویر

۲۹

□ هسته تبدیل مستقیم در تبدیل فوریه


$$r(x, y, u, v) = e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

□ هسته تبدیل معکوس در تبدیل فوریه

$$s(x, y, u, v) = \frac{1}{MN} e^{j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

□ هسته تبدیل مستقیم و معکوس در تبدیل فوریه تفکیک پذیر و متقارن است

H.R. POURREZA



ابزار ریاضی در پردازش تصویر — تبدیلات روی تصویر

۳۰

□ در صورتیکه تصویر  $M \times M$  باشد معادله عمومی تبدیل را می توان بصورت زیر نوشت

$$\mathbf{T} = \mathbf{AFA}$$

□ که در آن  $A$  و  $T$  نیز ماتریسهای  $M \times M$  هستند

□ و برای تبدیل معکوس

$$\mathbf{BTB} = \mathbf{BAFAB}$$

□ اگر  $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$  باشد

$$\mathbf{F} = \mathbf{BTB}$$

H.R. POURREZA

MV Lab

ابزار ریاضی در پردازش تصویر — روش های مبتنی بر احتمالات

۳۱

□ احتمال وقوع سطوح فاکستری در تصویر

$$p(z_k) = \frac{n_k}{MN}$$

□ میانگین سطوح فاکستری تصویر

$$m = \sum_{k=0}^{L-1} z_k p(z_k)$$

□ واریانس سطوح فاکستری تصویر

$$\sigma^2 = \sum_{k=0}^{L-1} (z_k - m)^2 p(z_k)$$

□ گشتاور مرتبه n حول میانگین

$$\mu_n(z) = \sum_{k=0}^{L-1} (z_k - m)^n p(z_k)$$

H.R. POURREZA

MV Lab

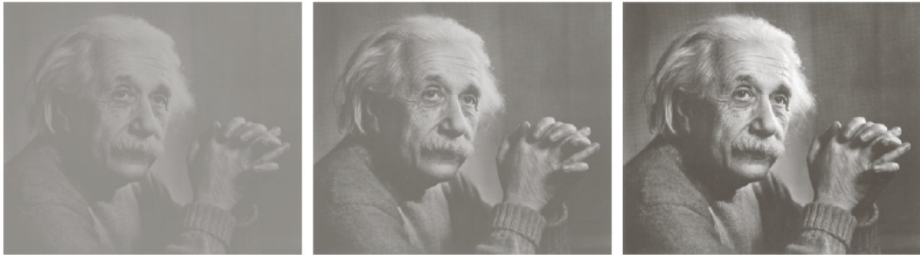
ابزار ریاضی در پردازش تصویر — روش های مبتنی بر احتمالات

۳۲

کنتراست پایین  
 $\sigma = 14.3$


کنتراست متوسط  
 $\sigma = 31.6$

کنتراست بالا  
 $\sigma = 49.2$



H.R. POURREZA





تصاویر خرد طیفی

---

۳۳۳

□ **بمط مطلق شده تا اینجا را می‌توان به تصاویری بسط داد که هر پیکسل آن برداری  $N$  بُعد است.**

□ **برخی مماثلت‌ها بر روی این بردارها**

$$m = E(x) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_k$$
□ میانگین


$$\Sigma_x = E\{(x - m)(x - m)^t\}$$
□ کوواریانس

$$\Sigma_x = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (x - m)(x - m)^t$$

■ اگر مقادیر غیر قطر اصلی در ماتریس کوواریانس برای دو بعد خاص نسبت به مقادیر قطر اصلی بزرگ باشند، به معنی همبستگی بالا بین آن دو بعد است. برای این منظور می‌توان ماتریس همبستگی  $R$  را با درایه‌های زیر مماثلت کرد (  $Q_{ij}$  و  $v_{ij}$  بترتیب درایه‌های ماتریس همبستگی و کوواریانس هستند)

$$Q_{ij} = \frac{v_{ij}}{\sqrt{v_{ii}v_{jj}}}$$

H.R. Pourreza



تصاویر خرد طیفی

---

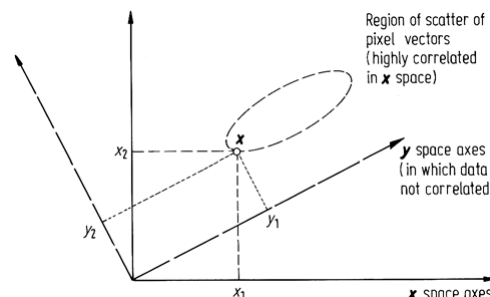
۳۳۴


□ آیا می‌توان بردارها را به دستگاهی برد که در آن ماتریس کوواریانس قطری باشد (مذف همبستگی) استفاده از عملگر قطبی  $G$  و یا بطور مشابه استفاده از ماتریس  $D^t$

$$y = Gx = D^t x$$

$$\Sigma_y = E\{(y - m_y)(y - m_y)^t\}$$

$$m_y = E\{y\} = E\{D^t x\} = D^t E\{x\} = D^t m_x$$





تصاویر چند طیفی

۳۵

$$\Sigma_y = E\{(y - m_y)(y - m_y)'\}$$


$$\Sigma_y = E\{(D'x - D'm_x)(D'x - D'm_x)'\}$$

$$\Sigma_y = D'E\{(x - m_x)(x - m_x)'\}D$$

$$\Sigma_y = D'\Sigma_x D$$

- از آنجا که مایلیم ماتریس کوواریانس  $y$  قطری باشد پس  $D$  ماتریس بردارهای ویژه ماتریس کوواریانس  $x$  و ماتریس کوواریانس  $y$  یک ماتریس قطری با قطر شامل مقادیر ویژه ماتریس کوواریانس  $x$  خواهد بود.
- این تبدیل بناه تبدیل Principle component و یا Karhunen-Loève (یا Hotelling) شناخته می‌شود.

H.R. Pourreza



تصاویر چند طیفی

۳۶

- مقادیر ویژه ماتریس کوواریانس  $x$  از حل معادله زیر بدست می‌آیند


$$|\Sigma_x - \lambda I| = 0$$

- بردارهای ویژه  $g_i$  ماتریس کوواریانس  $x$  متناظر با مقدار ویژه  $\lambda_i$  از حل معادله زیر بدست می‌آیند

$$|\Sigma_x - \lambda_i I| g_i = 0$$

- **نکته:** تبدیل فوق باعث بوجود آمدن مقادیر منفی در تصاویر تولید شده جدید می‌شود، که خود باعث مشکلاتی در نمایش تصویر می‌شود. می‌توان با افزودن مقدار ثابت به تصاویر حاصل این مشکل را برطرف کرد (این بایاس بروی ماتریس کوواریانس تأثیری ندارد).

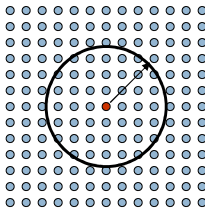
H.R. Pourreza




## اندازه گیری فاصله

۳۷

- برای پیکسل‌های  $p, q$  و  $z$  به ترتیب با مختصات  $(x, y), (s, t)$  و  $D((v, w), (s, t))$  یک تابع فاصله و یا متریک است اگر:
  - $D(p, q) \geq 0$
  - $D(p, q) = 0$  اگر و تنها اگر  $p = q$
  - $D(p, q) = D(q, p)$  (فاصیبت تقارن)
  - $D(p, z) \leq D(p, q) + D(q, z)$  (نامساوی مثلثی)
- فاصله اقلیدسی  $D_e(p, q) = [(x - s)^2 + (y - t)^2]^{1/2}$  : برای این تابع فاصله، پیکسل‌هایی که فاصله آنها از پیکسل  $(x, y)$  کمتر و یا مساوی مقدار  $r$  است در دایره دایسکی به مرکز  $(x, y)$  و شعاع  $r$  قرار می‌گیرد



H.R. POURREZA



## اندازه گیری فاصله

۳۸

- معیار فاصله  $D_4$  یا City Block :
 
$$D_4(p, q) = |x - s| + |y - t|$$
- معیار فاصله  $D_8$  یا Chessboard :
 
$$D_8(p, q) = \max(|x - s|, |y - t|)$$

$\uparrow$   
 2  
 2 1 2  
 2 1 0 1 2  
 2 1 2  
 2

$\rightarrow$  الماسی شکل

$\uparrow$   
 2 2 2 2 2  
 2 1 1 1 2  
 2 1 0 1 2  
 2 1 1 1 2  
 2 2 2 2 2

H.R. POURREZA